

ORAN – ORANTI, ORANTININ ÖZELLİKLERİ, ORANTI PROBLEMLERİ

ORAN

İki çokluğun bölme yoluyla karşılaştırılmasınadenir.

ORANTI

İki ya da daha fazla oranın eşitliğinedenir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ve $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ eşitlikleri birer orantı belirtir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında b ve c'ye **içler**, a ve d'ye **dışlar** denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $b \cdot c = a \cdot d$ eşitliğine **içler - dışlar çarpımı**

adı verilir.

ÖRNEK

$$\frac{3a + b}{a + b} = \frac{5}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısını k gibi sabit bir değere eşitleyebiliriz, bunadenir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ dersek;}$$

$$a = b \cdot k \text{ ve}$$

$$c = d \cdot k \text{ eşitliklerini elde ederiz.}$$

ÖRNEK

$$\frac{e}{3} = \frac{f}{4} = \frac{g}{5}$$

orantısına göre, $\frac{4g + f}{2e}$ işleminin sonucunu bulalım.

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ orantısı için;}$$

1. İçler ya da dışlar kendi aralarında yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ ya da } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ gibi...}$$

2. Oranların payları toplamı, paydaları toplamına bölündüğünde ya da paylarının belirli katlarının toplamı, paydalarının aynı katlarının toplamına bölündüğünde orantı sabiti korunur. Bu özellik farklar için de geçerlidir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a \pm c}{b \pm d} = k \text{ ve } \frac{xa \pm yc}{xb \pm yd} = k \text{ olur.}$$

3. İki oranın çarpımı, orantı sabitinin karesine eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = k^2 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$$

$$3x + 2y - z = 20$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 26 B) 39 C) 65 D) 91 E) 130

ÖRNEK

$$2x - \frac{7}{3y} = 8$$

$$y - \frac{7}{6x} = 6$$

olduğuna göre, $\frac{3x - y}{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÖRNEK

$$ax = by = cz = 8$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\left(\frac{a+d}{d}\right) \cdot \left(\frac{a+c}{c}\right)$ çarpımı kaçtır?

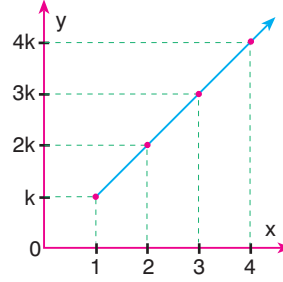
ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$$

$$2a - c + 3e = 40$$

$$3f - d = 50$$

olduğuna göre, b değeri kaçtır?

DOĞRU ORANTI


İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyor, biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk veya **oran-tılı** denir.

Yandaki grafikte görüldüğü gibi y çokluğu, x çokluğu ile doğru orantılı ise $\frac{y}{x} = k$ veya $y = k \cdot x$ olacak

şekilde pozitif bir k sayısı vardır ki bu sayıya **doğru orantı sabiti** denir.

ÖRNEK

$(m - 2)$ sayısı ile $(n + 1)$ sayısı doğru orantılı olarak değişmektedir.

$m = 3$ iken $n = 3$ ise $m = 5$ iken n 'nin kaç olduğunu hesaplayalım.



x, y ve z sayıları sırasıyla a, b ve c sayıları ile (doğru) orantılı ise;

$$x : y : z = a : b : c$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \text{ eşitlikleri yazılabilir.}$$

ÖRNEK

Nazan Hanım bir pasta hamuruna sırasıyla kütlece 6 : 1 : 2 oranında süt, şeker ve un koymuştur.

Bu üç ürünü karıştırarak elde ettiği hamur 900 g ise sütü, undan kaç gram fazla kullanmıştır?

- A) 100 B) 250 C) 300 D) 400 E) 500



Doğru orantı (D.O.) problemlerinde aynı türden veriler alt alta yazıldıktan sonra verilerin çapraz çarpımı eşitlenerek problem çözülür.

$$\begin{array}{cc} a \text{ tanesi} & b \text{ TL} \\ c \text{ tanesi} & d \text{ TL} \\ \hline \text{D.O.} & a \cdot d = b \cdot c \end{array}$$

$$d = \frac{b \cdot c}{a}$$

a tanesi b TL olan üründen c tane alan biri d TL öderse d, yandaki gibi hesaplanır.

ÖRNEK

	Doluluk oranı: % 42		Doluluk oranı: % 35
	Kullanım süresi: 2 saat 6 dk		Kullanım süresi: ...

Bir cep telefonunun şarjı, pilin %42'si doluyken 2 sa 6 dk gidiyor. Telefon şarja takıldığında ise her 10 dk'da pilin %25'i doluyor.

En son saat 12.20'de cep telefonunu pilin %35'i doluyken kontrol eden Selin, 1 saat sonra telefonunu şarja takarsa telefonun ne zaman tamamen şarj olacağını bulalım.

ÖRNEK

Engin, bir kalıp kek tarifi için malzeme olarak

- 3 bardak un ya da 2 bardak irmik
- 1 bardak süt
- 2 adet yumurta

kullanmaktadır.

6 bardak unu, 4 bardak sütü ve 10 adet yumurtası olan Engin, elindeki unun tamamı bitene kadar bu tarife göre kek yapmıştır. Sonra, elinde un kalmadığından bunun yerine yeterli miktarda irmik kullanarak sütün tamamı bitene kadar tarife göre kek yapmaya devam etmiştir.

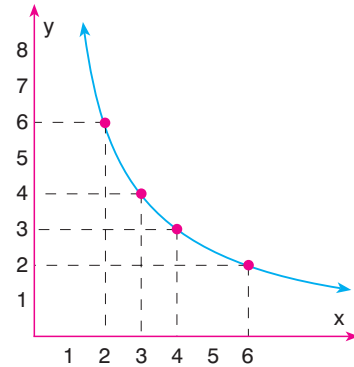
Buna göre, son durumda Engin'in elinde kalan yumurta sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖSYM Sorusu

TERS ORANTI

İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor, biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu iki çoklukdır denir.



Üstteki grafikte görüldüğü gibi x çokluğu ile y çokluğu ters orantılı ise $x \cdot y = k$ veya $y = \frac{k}{x}$ olacak şekilde pozitif bir k sayısı vardır ki bu sayıya **ters orantı sabiti** denir.

ÖRNEK

Yaşları 3, 5, 6 olan üç kardeşe, yaşlarıyla ters orantılı olarak 210 tane ceviz dağıtılıyor.

Buna göre, en fazla ceviz alan kardeş kaç tane almıştır?



Ters orantı (T.O.) problemlerinde aynı türden veriler alt alta yazıldıktan sonra üst satırdaki verilerin çarpımı ile alt satırdaki verilerin çarpımı eşitlenerek problem çözülür.

a işçinin b günde bitirdiği bir işi, c işçi d günde bitirirse, d sayısı yandaki gibi hesaplanır.

a işçi $\longleftrightarrow$ b gün

c işçi $\longleftrightarrow$ d gün

T.O. $a \cdot b = c \cdot d$

$$d = \frac{a \cdot b}{c}$$

ÖRNEK

100 izciye 20 gün yetecek kadar kumanya vardır.

5 gün sonra kampa 25 izci daha katıldığına göre, kalan kumanyanın tüm izcilere kaç gün daha yeteceğini bulalım.

BİLEŞİK ORANTI

İkiden fazla oran içeren orantılara denir.

k orantı sabiti olmak üzere, x çokluğu; y çokluğu ile doğru, z çokluğu ile ters orantılı olarak değişiyorsa $\frac{x \cdot z}{y} = k$ eşitliği kullanılır.

ÖRNEK

a sayısı; $(3b + 5)$ ile doğru, c^3 ile ters orantılı olarak değişmektedir.

$a = 4$ ve $b = 1$ iken $c = 2$ ise, $a = 5$ ve $c = 4$ iken b'nin kaç olduğunu bulalım.

ÖRNEK

15 baklavacı günde altışar saat çalışarak 2000 kg baklavayı 4 günde yenilmeye hazır hâle getirmiştir.

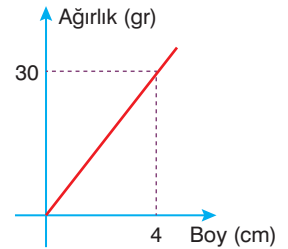
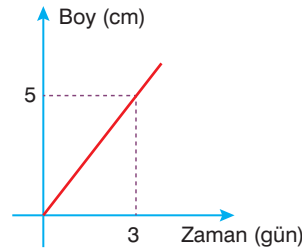
2500 kg baklava ile rekoru geliştiren başka bir baklavacı ekibi 3 gün boyunca beşer saat çalıştığına göre, bu ekibin kaç kişi olduğunu bulalım.

ÖRNEK

a tane işçi bir işi günde 8 saat çalışarak 12 günde bitirebiliyor. İşçi sayısı azaltılarak aynı iş, günde 12 saat çalışarak 18 günde bitirilebiliyor.

Buna göre, a sayısı en az kaç olabilir?

ÖRNEK



Yukarıda herhangi bir ağacın zamana bağlı boy ve boyuna bağlı ağırlığı verilmiştir.

Buna göre, 120 gün sonunda bu ağacın ağırlığı kaç gramdır?

- A) 1000 B) 1200 C) 1300 D) 1400 E) 1500