

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 2

NOT

$a, x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

► $a^{\log_a b} = b$

► $a^{\log_x b} = b^{\log_x a}$

ÖRNEK

a. $e^{\ln 2}$

b. $3^{\log_5 4}$

ifadelerinin eşitini bulalım.

ÖRNEK

$3^{\log_9 8}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 2

B) 1

C) $2\sqrt{2}$

D) 4

E) $\sqrt{2}$

ÖRNEK

$$7^{1 + \log_{49} 64}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 36

B) 40

C) 48

D) 56

E) 64

ÖRNEK

$$2^{\log_x 3} + 3^{\log_x 2} = 8 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

NOT

- Bir pozitif gerçel sayının 10 tabanına göre logaritması ardışık iki tam sayı arasındadır.
- 1 den büyük sayıların on tabanına göre logaritması pozitiftir.
- 1 den küçük pozitif sayıların on tabanına göre logaritması negatiftir.

ÖRNEK

Aşağıdaki sayıların hangi iki tamsayı arasında olduğunu bulunuz.

- a) $\log 23456$
b) $\log 0,00037$

ÖRNEK

$$a = \log_3 13$$
$$b = \log_4 11$$
$$c = \log_5 3$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < c < b$ B) $c < a < b$ C) $b < a < c$
D) $c < b < a$ E) $a < b < c$

NOT

$x > 1$ olmak üzere, x in onluk logaritmasının tam kısmı, x in basamak sayısının bir eksiğine eşittir.

ÖRNEK

$\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, 30^{20} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 25 B) 28 C) 30 D) 32 E) 35

ÜSTEL DENKLEMLER

ÖRNEK

$$2^{x-1} = 3$$

olduğuna göre, x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) $\log_2 6$ C) $\log_2 3$
D) $\log_3 2$ E) $\log_3 6$

ÖRNEK

$$e^{2x} + e^x = 6$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-\ln 2, \ln 2\}$ B) $\{\ln 3\}$ C) $\{\ln 2\}$
D) $\{2, \ln 6\}$ E) $\{0, \ln 2\}$

ÖRNEK

$$2^x - 12 \cdot 2^{-x} = 1$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\ln 3$ C) $\ln 2$ D) 3 E) $\ln 4$

LOGARİTMİK DENKLEMLER

Bilinmeyeni logaritmanın içerisinde bulunan denklemlere **logaritmalı denklemler** adı verilir.

NOT

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- ▶ $\log_a f(x) = b$ ise $f(x) = a^b$ dir.
- ▶ $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ ise $f(x) = g(x)$ tir.

özellikleri kullanılır.

Logaritmanın tanımından, $f(x) > 0$ ve $g(x) > 0$ olmalıdır.

ÖRNEK

$$\log_7 (2x - 7) - \log_7 (x - 2) = 0$$

olduğuna göre, $\log_5 x$ in değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

$$\log_2 3x + \log_4 x^2 = 2$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

$$x^{\ln 4} - 6 \cdot 2^{\ln x} + 8 = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) e^6 B) e^4 C) e^3 D) $\frac{e^2}{2}$ E) $\frac{e^3}{2}$

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

$$x^{\log_2 x} = 64x$$

denkleminin kökleri çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 2

ÜSTEL VE LOGARİTMİK EŞİTSİZLİKLER

Bilinmeyeni üslü ifadenin içerisinde bulunan eşitsizliklere **üstel eşitsizlik**, bilinmeyeni logaritmanın içerisinde bulunan denklemlere **logaritmik eşitsizlik** adı verilir.

NOT

- ▶ $a > 1$ iken;
 $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ ise $f(x) \geq g(x)$ ve $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ ise $f(x) \leq g(x)$ tir.
- ▶ $0 < a < 1$ iken;
 $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ ise $f(x) \leq g(x)$ ve $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ ise $f(x) \geq g(x)$ tir.

ÖRNEK

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+4}$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 3) B) $(-\infty, 2)$ C) $(-\infty, 1)$
D) (-1, 2) E) (-1, 4)

NOT

► $a > 1$ iken;

$\log_a f(x) > c$ ise, $f(x) > a^c$ dir.

$\log_a f(x) < c$ ise, $0 < f(x) < a^c$ dir.

► $0 < a < 1$ iken;

$\log_a f(x) > c$ ise, $0 < f(x) < a^c$ dir.

$\log_a f(x) < c$ ise, $f(x) > a^c$ dir.

ÖRNEK

$$\log_3(x^2 - 4x) > \log_3(3x - 10)$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

ÖRNEK

$$\log_{\frac{1}{2}} [\log_3(x-1)] > -1$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLARI MODELLEME

Üstel ve logaritmik fonksiyonlar gerçek hayat durumlarını modellemede ve problem çözümlerinde farklı şekillerde kullanılır.

Nüfus artışı, bakteri popülasyonu, bileşik faiz, radyoaktif maddelerin bozunumu, fosil yaşlarının tayini gibi durumlar üstel fonksiyonlar ile modellenebilir.

Deprem şiddeti, pH değeri, ses şiddeti gibi durumlar logaritma fonksiyonlar ile modellenebilir.

ÖRNEK

5000 TL, % 10 bileşik faiz oranıyla bir bankaya yatırılıyor.

Kaç yıl sonra yatırılan para miktarı 2 katına çıkar?

($\log 2 = 0,3$ ve $\log 1,1 = 0,04$ alınız.)

ÖRNEK

Başlangıçta madde miktarı m_0 ve yarılanma ömrü h olan bir radyoaktif elementin t yıl sonra kalan miktarı $m(t)$ olmak üzere,

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}} \text{ dir.}$$

Yarılanma ömrü 20 gün olan radyoaktif bir elementin 60 gün sonunda yüzde kaç bozunmadan kalır?

- A) 12,5 B) 15 C) 20 D) 25 E) 32,5