

KÖKLÜ İFADELERDE İŞLEMLER VE DENKLEMLER

KÖKLÜ SAYILARDA TOPLAMA ÇIKARMA

Köklerinin dereceleri eşit ve köklerinin içi eşit olan köklü sayılar bir-biriyle toplanır. Bunun için, katsayılar toplanır. Bulunan sonuç köklü ifadenin katsayısı olarak yazılır.

$$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} = (a+b) \cdot \sqrt[n]{x}$$

Köklerinin dereceleri eşit ve köklerinin içi eşit olan köklü sayılar bir-birinden çıkarılır.

Bunun için, katsayılar çıkarılır. Bulunan sonuç köklü ifadenin katsayısı olarak yazılır.

$$a \cdot \sqrt[n]{x} - b \cdot \sqrt[n]{x} = (a - b) \cdot \sqrt[n]{x}$$



$$\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

işleminin sonucu kaçtır?



$$^3\sqrt{16} - ^3\sqrt{54} + ^3\sqrt{250}$$

işleminin sonucu kaçtır?

KÖKLÜ SAYILARDA ÇARPMA

Kök dereceleri birbirine eşit olan ifadeler birbiriyle çarpılır. Bunun için, kökün içindeki sayılar çarpılır ve aynı dereceden kökün içine yazılır. Kök dereceleri eşit değil ise kök dereceleri eşitlenir.

x ve y pozitif sayı veya n tek sayı ise aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
- $a \cdot \sqrt[n]{x} \cdot b \cdot \sqrt[n]{y} = a \cdot b \cdot \sqrt[n]{x \cdot y}$

Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

- $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{7} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3 \cdot 7} = 10\sqrt{21}$
- $3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{9} \cdot 3\sqrt{12} = 3\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 12} = 3\sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$
- $\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3^2} \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3^2 \cdot 3} = 4\sqrt{27}$



$$\sqrt{2} = x \text{ ve } \sqrt{3} = y$$

olduğuna göre, $\sqrt{150}$ sayısının x ve y türünden değerini bulalım.



- $(m - n)(m + n) = m^2 - n^2$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$
- $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - (\sqrt{b})^2 = a^2 - b$



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

- $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$
- $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
- $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3)$
- $(\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{13} - \sqrt{11})$

Örnek

$$(\sqrt{3} - 1)^7 \cdot (\sqrt{3} + 1)^7$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$a = \sqrt{2} + 1$$

olduğuna göre, $a(a - 1)(a - 2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $3 - 2\sqrt{2}$
D) $3 + 2\sqrt{2}$ E) 1

ÖSYM Sorusu

Örnek

$$\sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

çarpımının sonucu kaçtır?

Örnek

$$a = \sqrt{12} - \sqrt{8}$$

$$b = \sqrt{27} + \sqrt{18}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) 5 E) 6

ÖSYM Sorusu

Örnek

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x} = 3$$

olduğuna göre, $\sqrt{x+3} - \sqrt{x}$ değerini bulunuz.

KÖKLÜ SAYILARDA BÖLME

Kök dereceleri birbirine eşit olan ifadeler birbiriyle bölünür. Bunun için, kökün içindeki sayılar bölünür ve aynı dereceden kökün içine yazılır. Kök dereceleri eşit değil ise kök dereceleri eşitlenir.

x ve y pozitif sayı veya n tek sayı ise aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$* \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

$$* \frac{a \cdot \sqrt[n]{x}}{b \cdot \sqrt[n]{y}} = \frac{a}{b} \cdot \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

$$\bullet \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{7^2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{7^2}} = \sqrt[4]{\frac{2}{49}}$$

Örnek

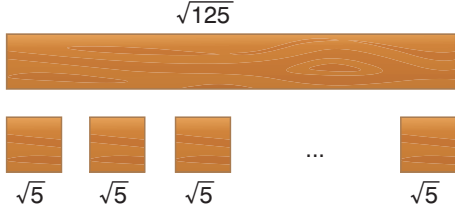
$$\frac{\sqrt{40 \cdot \sqrt{18}}}{\sqrt{80}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $4\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

ÖSYM Sorusu

Örnek



Uzunluğu $\sqrt{125}$ cm olan bir tahta parçası $\sqrt{5}$ cm uzunluğunda eş parçalara ayrılıyor.

Buna göre, kaç tane parça elde edilir?

- A) $5\sqrt{6}$ B) 5 C) 4 D) 3 E) $\sqrt{2}$

Örnek

$$\sqrt[3]{0,125} + \sqrt[4]{0,0016} + \sqrt{0,04}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$\sqrt{2 + \frac{7}{9}} + \sqrt{2 + \frac{1}{4}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$\frac{\sqrt{1,2} + \sqrt{7,5}}{\sqrt{1,47}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[6]{2}$ D) $\sqrt[6]{4}$ E) $\sqrt[6]{8}$

PAYDAYI RASYONEL YAPMA

Kesirli ifadelerde paydayı kökten kurtarma işlemine **paydayı rasyonel yapma** denir.

Paydayı rasyonel hâle getirirken aşağıdaki özdeşliklerden yararlanınız.

x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$* (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$$

$$* m\sqrt{x^n} \cdot m\sqrt{x^{m-n}} = x$$



İki kare farkı: $(x - y) \cdot (x + y) = x^2 - y^2$

Tam kare açılımı: $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

$$\bullet \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\bullet \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2} \cdot 1}{\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^2} \cdot 5} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$$

$$\bullet \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

Örnek

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

ÖSYM Sorusu

Örnek

$$a = \sqrt{2} + 1 \text{ ve } b = \sqrt{2} - 1$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ toplamını bulalım.

Örnek

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{3}{\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

a, b pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$\begin{aligned} \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} &= \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} \\ &= \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

a > b olmak üzere,

$$\begin{aligned} \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} &= \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} \\ &= \sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Aşağıdaki sayıların eşitini bulalım.

- $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$
- $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$
- $\sqrt{a+2+2\sqrt{2a}}$

Örnek

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} \text{ ve } \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

sayısının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{6}$ E) $6 + \sqrt{6}$

ÖSYM Sorusu

Örnek

$$\sqrt{11+6\sqrt{2}}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek

$$\frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{40}}} + \frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{2}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?