

KÖKLÜ İFADELER

TANIM

Bir sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine, karekök alma işlemi denir.

Karekök $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir.

y sayısının karekökü $\sqrt{y}$ sembolü ile gösterilir ve "karekök y" diye okunur. ($y \geq 0$ 'dır.)

Karesi k olan sayılar " $\sqrt{k}$ " sayısına eşittir.

Yani $x^2 = k$ ise $x = \sqrt{k}$ dir. Fakat işin içinde uzunluk meselesi varsa negatiflik olmaz.

Örneğin; Bir karenin alanı 64 cm^2 ise, bu karenin bir kenarının uzunluğu;
 $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8 \text{ cm}$ 'dir.

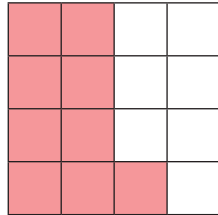


Köklü ifadeyle ilgili aşağıdaki bilgiler işlerinizi kolaylaştıracaktır.

- $x = \sqrt[n]{a}$ ise $x^n = a$ olur.
- $x \geq 0$ ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ 'tir.
- n çift sayı ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ 'tir.
- $\frac{a}{x^n} = \sqrt[n]{\frac{a}{x^n}}$
- n tek sayı ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ 'tir.
- $(\sqrt[n]{x})^n = x$ 'tir.



Aşağıdaki 16 eş parçadan oluşan şekilde, pembe renge boyalı parçaların sayısının tüm parçaların sayısına oranı ile bir kesir ifade ediliyor.



Bu kesrin kareköküne eşit olan kesri ifade etmek için boyalı olmayan parçalardan kaç tanesi daha pembe renge boyanmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖSYM Sorusu [2019 TYT]



$\sqrt[7]{-1} + \sqrt[8]{0} + \sqrt[6]{(-3)^6} - \sqrt[5]{-2^5}$ işleminin sonucu kaçtır?

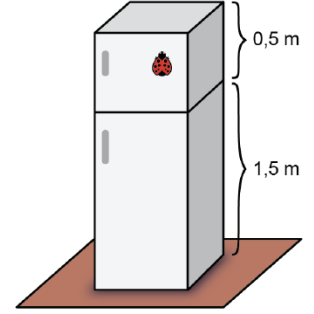
KÖKLÜ SAYILARDA TAHMİN

Tamkare olmayan (karekök dışına tam olarak çıkamayan) bir sayının karekökünü tahmin ederken sayıya en yakın ardışık iki tamkare doğal sayı bulunur.

Sayının tahmini karekökü bu iki tamkare sayının karekökleri arasındadır.



İki bölmeli dikdörtgenler prizması şeklindeki bir buzdolabının alt bölümü 1,5 metre, üst bölümü ise 0,5 metre yüksekliğindedir. Buzdolabının üst bölümünün üzerine şeklindeki bir süs aşağıdaki gibi yapıştırılıyor.



Buna göre, yapıştırılan bu süsün yerden yüksekliği metre türünden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

ÖSYM Sorusu



Cengiz'in boyu 152 cm'dir. Bekir'in boyu ise Cengiz'in boyundan $\sqrt{55}$ cm daha kısadır.

Buna göre, Bekir'in boyunun uzunluğunun cm türünden hangi tam sayılar arasında olduğunu bulalım.





Her köklü ifade bir reel sayı belirtmez.

$\sqrt[n]{x}$ ifadesinin bir reel (gerçek) sayı belirtebilmesi için;
 $x \geq 0$ veya n tek sayı olmalıdır.

n çift doğal sayı ve $a < 0$ ise $\sqrt[n]{a}$ ifadesi bir reel (gerçek) sayı belirtmez.



$$A = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[6]{7-x} + \sqrt[3]{x} \text{ veriliyor.}$$

A bir gerçek sayı olduğuna göre, x 'in en geniş tanım aralığını bulunuz.



$$A = \frac{\sqrt{5-x} + 2x + 1}{1 + \sqrt{x-5}} \text{ veriliyor.}$$

Buna göre, A gerçek sayısını bulalım.



$$\sqrt[4]{x-2} + (x-2z)^2 + |y-3z| = 0$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?



$x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{x^2} + \sqrt[4]{y^4} - \sqrt[3]{-y^3}}{\sqrt[4]{(x-y)^4}}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

BİR SAYIYI KÖK İÇİNE ALMA ya da KÖK DIŞINA ÇIKARMA

- a pozitif bir gerçek (reel) sayı olmak üzere,
 $\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$ dir.
- $k < 0$ ve n tek doğal sayı olmak üzere,
 $k \cdot \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{k^n \cdot x}$ tir.



$$\sqrt{9} =$$

$$\sqrt{48} =$$

$$\sqrt{12} =$$

$$\sqrt{72} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$\sqrt{128} =$$

$$\sqrt{27} =$$

$$\sqrt[3]{8} =$$

$$\sqrt[3]{16} =$$

$$\sqrt[3]{128} =$$

$$\sqrt[4]{32} =$$

$$\sqrt[5]{64} =$$



$$\sqrt{28} - \sqrt{6 + \sqrt[3]{27}}$$

işleminin sonucu kaçtır?



$a > 1$ ve a tam sayı olmak üzere,

$$a\sqrt{x^b} = x^{\frac{b}{a}}$$

şeklinde yazılır.



Örnek

$$\sqrt{2}, \sqrt[3]{x^2}, \sqrt[5]{10^{10}} \text{ ve } \sqrt[3]{8^{x+1}}$$

ifadelerinin eşitini bulunuz.



Örnek

$$\frac{2}{3^3}, \frac{3}{5^2}, \frac{1}{7^3}, \frac{1}{x^2}$$

ifadelerinin eşitini bulunuz.



Örnek

$$\sqrt[3]{4^{x+1}} = \sqrt[4]{8^{2x-1}}$$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{10}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{19}{7}$ D) $\frac{21}{5}$ E) $\frac{12}{7}$

KÖK DERECELERİNİN DEĞİŞTİRİLMESİ

- $n\sqrt{x^m} = n \cdot k \sqrt{x^{m \cdot k}}, (x > 0, k \in \mathbb{Z}^+)$
- $n\sqrt{x^m} = \sqrt[n]{x^{\frac{m}{k}}}, (x > 0 \text{ ve } \frac{n}{k} \in \mathbb{Z}^+)$



Örnek

Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

- $5\sqrt{6^3} = 2 \cdot 5 \sqrt{6^{2 \cdot 3}} = 10\sqrt{6^6}$
- $\sqrt[6]{3^{18}} = \sqrt[3]{3^{\frac{18}{3}}} = \sqrt[3]{3^6} = \sqrt{3^6} = 3^3 = 27$

KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

Kök dereceleri eşit olan sayılarda, kök içindeki sayıların büyüklüğüne göre sıralama yapılır. Kök dereceleri; eşit değilse, genişletilerek eşitlenir.

$0 < x < y < z$ ise $n\sqrt{x} < n\sqrt{y} < n\sqrt{z}$ dir.



Örnek

$$x = \sqrt{2}$$

$$y = \sqrt[3]{3}$$

$$z = \sqrt[4]{5}$$

olduğuna göre; x, y, z sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.



Örnek

$0 < x < 1$ için;

$$a = \sqrt{x}$$

$$b = \sqrt[4]{x^3}$$

$$c = \sqrt[12]{x}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $c > b > a$ C) $b > a > c$
D) $c > a > b$ E) $b > c > a$

İÇ İÇE KÖKLER

$$\sqrt[a]{b\sqrt[c]{d\sqrt[e]{f}}} = a \cdot b \cdot c \cdot \sqrt[e]{f}$$

Örneğin,

$$\sqrt[3]{\sqrt{7}} = \sqrt[3]{2\sqrt{7}} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} = 6\sqrt{7}$$



$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt[6]{6}$ B) $\sqrt[8]{6}$ C) $\sqrt[6]{8}$ D) $\sqrt[8]{2^7}$ E) $\sqrt{2} + \sqrt[4]{2} + \sqrt[8]{2}$

ÖSYM Sorusu



$$a = \sqrt{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

olduğuna göre, a^4 kaçtır?

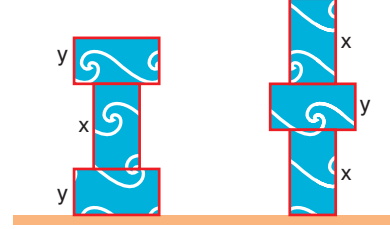
- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 8



Yukarıdaki, uzun kenarı x cm ve kısa kenarı y cm olan dikdörtgenin köşegen uzunluğu $\sqrt{5}$ cm'dir.



Bu dikdörtgenlerden altısı ile aşağıdaki iki şekil yapılıyor.



İki şekil arasındaki boy farkı 1 cm olduğuna göre, bir dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) 3