

KÖKLER İLE KATSAYILAR ARASINDAKİ İLİŞKİ

KÖKLER İLE KATSAYILAR ARASINDAKİ İLİŞKİ

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

olduğuna göre, bu köklerin toplamı ve çarpımının değerini a , b , c katsayıları cinsinden bulalım.

Kökler Toplamı;

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} \\ &= -\frac{b}{a} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Kökler Çarpımı;

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\ &= \frac{c}{a} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

denkleminin köklerinin toplamını ve çarpımını bulalım.

ÖRNEK

$$(k + 1)x^2 + 18x - 15 = 0$$

denkleminin köklerinin toplamı -6 olduğuna göre, kökleri çarpımını bulalım.

NOT

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Bu denklemin **simetrik iki kökü** varsa $x_1 = -x_2$ olduğundan kökler toplamı sıfıra eşittir.

ÖRNEK

$$2x^2 + (t + 3)x - 10 = 0$$

denkleminin kökleri simetrik olduğuna göre, t yi bulalım.

ÖRNEK

$$2x^2 + 8x - 5 = 0$$

denkleminin köklerinin çarpma işlemine göre terslerinin toplamını bulalım.

ÖRNEK

$mx^2 + 6x - 10 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$(x_1) \cdot (x_2)^2 + (x_2) \cdot (x_1)^2 = \frac{5}{12}$$

olduğuna göre, m nin değerini bulalım.

NOT

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökleri farkının mutlak değeri,

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| &= \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \right| \\ &= \left| \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$2x^2 - 6x + 1 = 0$$

denkleminin kökleri farkının mutlak değerini bulalım.

ÖRNEK

m ve n sıfırdan ve birbirinden farklı iki gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 + (m + 1)x + n - m = 0$$

denkleminin köklerinden biri $m - n$ sayıdır.

Buna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÖSYM Sorusu - 2018

ÖRNEK

$x^2 - 4x + k + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$$

olduğuna göre, k değerini bulalım.

ÖRNEK

$x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ise $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

ÖSYM Sorusu

KÖKLERİ VERİLEN DENKLEMİN YAZILMASI

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ ise } a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0$$

$$\text{ise } x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{ise } x^2 - \left(-\frac{b}{a} \right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{ise } x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

Kökleri 5 ve 3 olan ikinci dereceden denklemi yazalım.

NOT

Rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin, bir kökü $a + \sqrt{b}$ ise diğer kökü $a - \sqrt{b}$ dir.

ÖRNEK

Rasyonel kat sayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin, köklerinden biri $1 - \sqrt{5}$ tir.

Buna göre, bu denklemi yazalım.

ÖRNEK

Reel katsayılı, ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $3 - 2i$ karmaşık sayıdır.

Buna göre, bu denklemi bulalım.

ÖRNEK

$$x^2 + (k + 3)x + 16 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 pozitif gerçel sayıları olmak üzere,

$$4x_1 = x_2$$

olduğuna göre, k nin değerini bulalım.

ÖRNEK

$2x^2 - 6x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $(x_1)^3 + (x_2)^3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 21 B) $\frac{63}{2}$ C) $\frac{65}{3}$ D) 12 E) $\frac{57}{2}$

ÖRNEK

$x^2 + 7x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

kökleri $x_1 - 5$ ve $x_2 - 5$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2x - 8 = 0$ B) $x^2 + 2x + 8 = 0$ C) $x^2 - 17x - 57 = 0$
D) $x^2 - 17x + 57 = 0$ E) $x^2 + 17x + 57 = 0$

ÖRNEK

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

$$2(x_1 + x_2) + x_1 \cdot x_2 = 11$$

$$7(x_1 + x_2) - 3x_1 \cdot x_2 = 19$$

olduğuna göre, bu denklemi bulalım.

ÖRNEK

$x^2 - (x_1 + 5)x + 3 \cdot x_2 = 0$ denkleminin sıfırdan farklı kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_2 - x_1$ kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 0 D) 2 E) 8

ÖRNEK

$m \neq 2$ olmak üzere,

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$x^2 + (m + 4)x + 3 = 0$$

denklemlerinin birer kökü eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -2 D) 6 E) 8

ÖRNEK

$x^2 - 12x + k = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$3x_1 - x_2 = 4$$

olduğuna göre, k nin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

ÖRNEK

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$2x_1^2 + 3x_2^2 - 6x_1 - 9x_2 + 7$ ifadesinin eşiti kaçtır?