

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

FONKSİYONUN POZİTİF VE NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR

Bir fonksiyon, tanım kümesindeki elemanların işaretine ve kuralına bağlı olarak pozitif ya da negatif değerler alabilir.

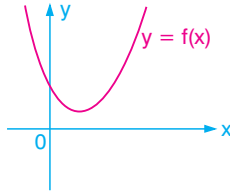
Bir fonksiyonun bir aralıkta aldığı değerler pozitif ise fonksiyon bu aralıkta **pozitif değerli**, negatif ise **negatif değerlidir**.

NOT

$f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

Her $x \in A$ için $f(x) > 0$ ise f fonksiyonu A aralığında **pozitif**dir.

Bu durumda, grafiği x ekseninin **üst kısmında** olan fonksiyonlar pozitifdir.



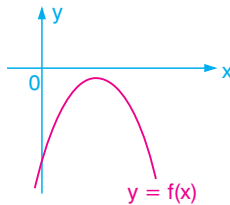
Yukarıdaki grafikte her x gerçel sayısı için $f(x) > 0$ olduğundan f , gerçel sayılarda pozitifdir.

NOT

$f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

Her $x \in A$ için $f(x) < 0$ ise f fonksiyonu A aralığında **negatif**dir.

Bu durumda, grafiği x ekseninin **alt kısmında** olan fonksiyonlar negatiftir.

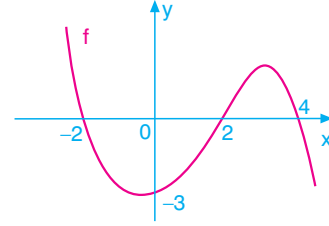


Yukarıdaki grafikte her x gerçel sayısı için $f(x) < 0$ olduğundan f , gerçel sayılarda negatiftir.

ÖRNEK

Gerçel sayılarda tanımlı $f(x) = x^2$ ve $g(x) = x^3$ fonksiyonlarının pozitif ve negatif değerli olduğu aralıkları inceleyelim. Grafiklerini çizelim.

ÖRNEK



Şekilde gerçel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

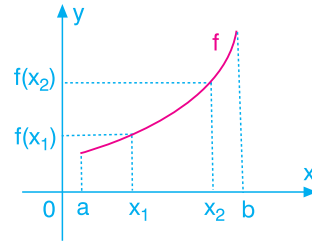
Buna göre, $[-2, 4]$ aralığında $f(x) \leq 0$ koşulunu sağlayan x in tam sayı değerlerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

FONKSİYONUN ARTAN VEYA AZALAN OLDUĞU ARALIKLAR

► $A \subset \mathbb{R}$ ve $f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

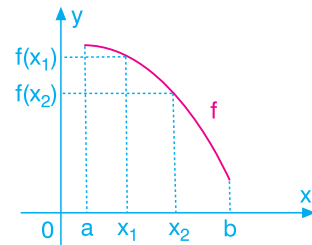
Her $x_1, x_2 \in A$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise f fonksiyonu A aralığında artandır.



Şekildeki f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında artandır.

► $A \subset \mathbb{R}$ ve $f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

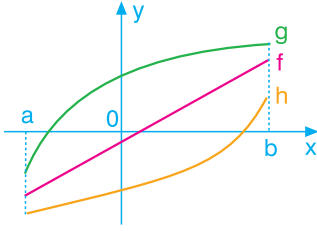
Her $x_1, x_2 \in A$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ ise f fonksiyonu A aralığında azalandır.



Şekildeki f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında azalandır.

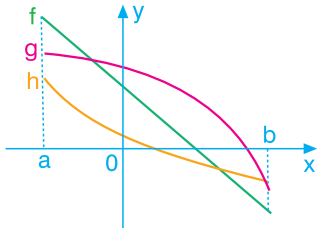


Artan bir fonksiyonda, x değerleri artarken y değerleri de artar.



Yukarıda $[a, b]$ aralığında grafikleri verilen f , g ve h fonksiyonları, artan fonksiyonlardır.

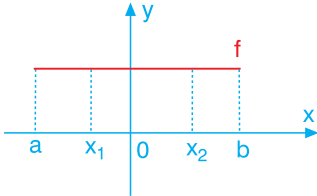
Azalan bir fonksiyonda, x değerleri artarken y değerleri azalır.



Yukarıda $[a, b]$ aralığında grafikleri verilen f , g ve h fonksiyonları, azalan fonksiyonlardır.

NOT

Her $x_1, x_2 \in [a, b]$ için, $f(x_1) = f(x_2)$ oluyorsa $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sabittir.



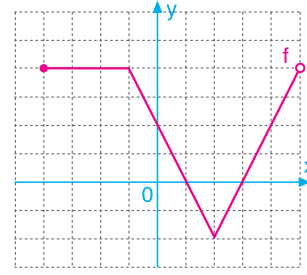
Yukarıda $[a, b]$ aralığında grafiği verilen f fonksiyonu sabit fonksiyondur.



Doğrusal fonksiyonlarda, verilen fonksiyonun artan veya azalanlığı ile ilgili olarak;

- Eğimleri pozitif olan doğrusal fonksiyonlar daima artar.
- Eğimleri negatif olan doğrusal fonksiyonlar daima azalır.
- $y = mx + n$ doğrusunun eğimi **m dir.**

ÖRNEK



Şekilde birim kareli zeminde $[-4, 5]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu;

- I. $[-4, -1]$ aralığında sabittir.
- II. $(-1, 2)$ aralığında azalandır.
- III. $(2, 5)$ aralığında artandır.

bilgilerinden hangileri doğrudur?

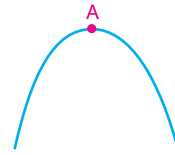
- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

FONKSİYONUN MAKSİMUM VE MİNİMUM DEĞERLERİ

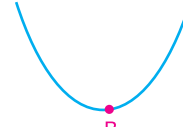
Bir f fonksiyonunda $f(x)$ çıktılarının en küçük değerine f fonksiyonunun minimum değeri, bu değeri aldığı noktaya da **minimum noktası** denir.

$f(x)$ çıktılarının en büyük değerine f fonksiyonunun maksimum değeri, bu değeri aldığı noktaya da **maksimum noktası** denir.

Maksimum nokta



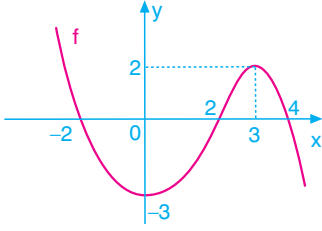
Şekilde A maksimum nokta, B minimum noktadır.



Minimum nokta

Dikkat edilirse maksimum nokta grafiğin artanlıktan azalanlığa geçtiği nokta, minimum nokta da azalanlıktan artanlığa geçtiği noktadır.

ÖRNEK



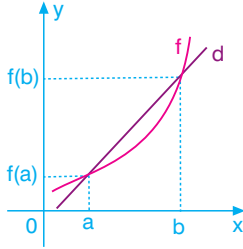
Şekilde gerçel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(-2, 4)$ aralığında f nin en büyük değeri p , en küçük değeri r ise $p + r$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

ORTALAMA DEĞİŞİM HIZI

$y = f(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızı, $(a, f(a))$, $(b, f(b))$ noktalarından geçen doğrunun eğimidir.



$y = f(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızı, $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ formülü ile bulunur.

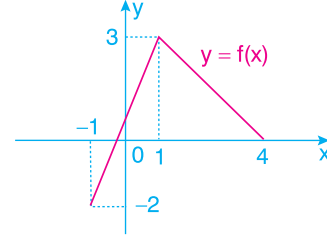


- ▶ d doğrusunun eğimi, f fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızına eşittir.
- ▶ $y = mx + n$ doğrusal fonksiyonlarının ortalama değişim oranı her aralık için aynı ve fonksiyonun eğimine, yani m değerine eşittir.
- ▶ Doğrusal olmayan fonksiyonların (eğri) ortalama değişim hızı doğrusal fonksiyonlar gibi sabit olmayıp farklı aralıklar için farklı değer alabilir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki ortalama değişim hızını (oranı) bulalım.

ÖRNEK



Yukarıda $[-1, 4]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonunun;

- a. $[-1, 1]$ aralığındaki ortalama değişim hızı (oranı) kaçtır?
- b. $[1, 4]$ aralığındaki ortalama değişim hızı (oranı) kaçtır?

ÖRNEK

6 m yükseklikten yukarı doğru fırlatılan bir taşın t saniye sonunda yerden yükseklik denklemi

$$h(t) = -t^2 + 4t + 6$$

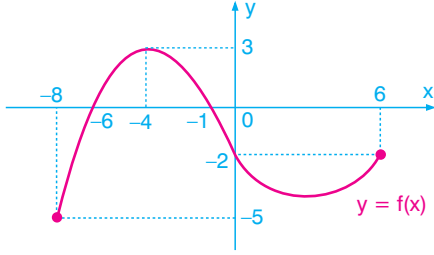
biçiminde modelleniyor.

Buna göre, taşın yüksekliğinin; 1. ve 4. saniyeler aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

ÖRNEK

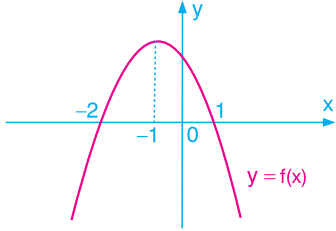
Aşağıda, $[-8, 6]$ dan $\mathbb{R}$ ye tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $(-8, -6)$ aralığında $f(x)$ negatiftir.
- B) Fonksiyonun $[-4, -1]$ aralığındaki ortalama değişim hızı, $(-4, f(-4))$, $(-1, f(-1))$ noktalarından geçen doğrunun eğimine eşittir.
- C) $(-3, -1)$ aralığında fonksiyon azalır.
- D) $(-8, -5)$ aralığında fonksiyon artar.
- E) $[-6, 6]$ aralığındaki x değerlerinin görüntüleri $[0, 3]$ aralığındadır.

ÖRNEK

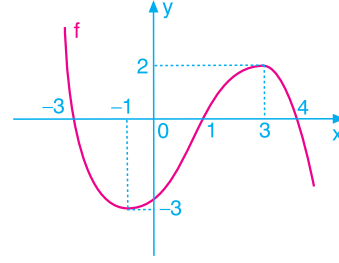


Yukarıda gerçel sayılarda tanımlı x eksenini iki farklı noktada kesen $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde negatif değerli ve artandır?

- A) $(-\infty, -2)$
- B) $(-1, 1)$
- C) $(-2, 1)$
- D) $(1, \infty)$
- E) $(-\infty, 1)$

ÖRNEK



Şekilde gerçel sayılarda tanımlı x ekseninin üç noktada kesen $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f(x)$ in minimum noktasının apsisi -1 dir.
- II. $(-3, -1)$ aralığında negatif değerli ve artandır.
- III. $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi elemanları toplamı 2 dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız III
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) I, II ve III

ÖRNEK

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$

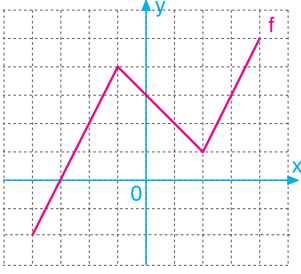
II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - x^2$

III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 5 - 2x$

fonksiyonlarından hangilerinin $[-1, 1]$ aralıklarındaki ortalama değişim hızı negatiftir?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız III
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) II ve III

ÖRNEK



$f : [-4, 4] \rightarrow [-2, 5]$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıdaki kareli zeminde verilmiştir.

Buna göre, $f(x) > 1$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6