

# FONKSİYONLARIN DÖNÜŞÜMLERİ

## DÖNÜŞÜM -ÖTELEME

Bir fonksiyon grafiğine uygulanan öteleme veya simetri işlemlerine **dönüşüm** adı verilir.

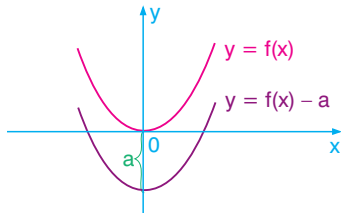
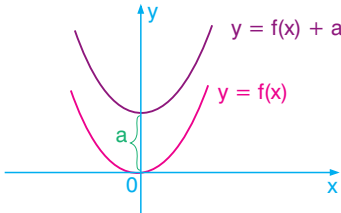
Bir fonksiyon grafiğinin düzlemde bir yerden bir yere belli bir doğrultu ve yönde yer değiştirme hareketine **öteleme** denir.

## DİKEY (DÜŞEY) ÖTELEME

$y = f(x)$  bir fonksiyon ve **a pozitif** bir sabit sayı olsun.

Bu durumda,

- $y = f(x) + a$ ,  $f$  nin grafiğini dikey olarak yukarı doğru  $a$  birim öteler.
- $y = f(x) - a$ ,  $f$  nin grafiğini dikey olarak aşağı doğru  $a$  birim öteler.

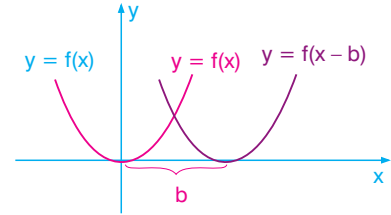
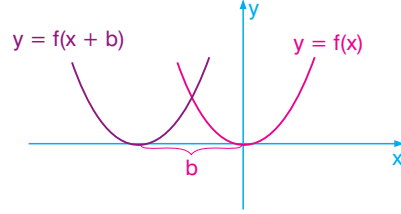


Dikey (düşey) öteleme sonucu grafiğin şekli korunur, yani şekilde bir bozulma oluşmaz.

## YATAY ÖTELEME

$y = f(x)$  bir fonksiyon ve **b pozitif** bir sabit sayı olsun. Bu durumda,

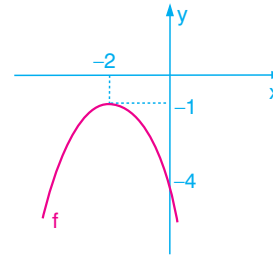
- $y = f(x + b)$ ,  $f$  nin grafiğini yatay olarak sola doğru  $b$  birim öteler.
- $y = f(x - b)$ ,  $f$  nin grafiğini yatay olarak sağa doğru  $b$  birim öteler.



Yatay öteleme sonucu grafiğin şekli korunur, yani şekilde bir bozulma oluşmaz.

Dikey ve yatay ötelemenin art arda uygulandığı durumlarda ötelemenin sıralamasının önemi yoktur.

## ÖRNEK



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$g(x) = f(x) + 1 \text{ ve } h(x) = f(x - 3)$$

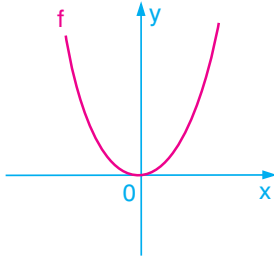
fonksiyonlarının grafiklerini  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiğinden yararlanarak çizelim.

### ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangisi  $y = f(x)$  in grafiğinin dikey olarak 1 birim yukarı ve yatay olarak 2 birim sağa ötelenmesiyle elde edilen fonksiyonun denklemdir?

- A)  $y = f(x - 2) + 1$     B)  $y = f(x + 2) + 1$     C)  $y = f(x + 1) + 2$   
D)  $y = f(x) + 2$     E)  $y = f(x - 1) + 2$

### ÖRNEK



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $g(x) = f(x + 2) + 1$  fonksiyonunun grafiğini  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiğinden yararlanarak çizelim.

### ÖRNEK

$(2, -4)$  noktası,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği üzerindedir.

Buna göre, aşağıdaki noktalardan hangisi kesinlikle

$$y = f(x + 3) - 2$$

fonksiyonunun grafiği üzerindedir?

- A)  $(1, 2)$     B)  $(-1, 4)$     C)  $(-1, -6)$   
D)  $(-1, 2)$     E)  $(-1, -2)$

### ÖRNEK

Tanım kümesi  $[-1, 3]$  olan  $y = f(x)$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $y = f(x - 3) + 2$  fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-5, 0]$     B)  $[-5, 2]$     C)  $[3, 7]$   
D)  $[2, 4]$     E)  $[2, 6]$

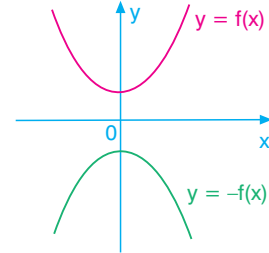


Ötelemelerde  $y = f(x)$  fonksiyonunun tanım kümesi incelenirken sadece yatay ötelemeye bakılır, görüntü kümesi incelenirken düşey (dikey) ötelemeye bakılır.

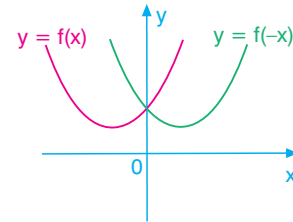
### SİMETRİ

Dik koordinat sisteminde;

- Bir noktanın x eksenine göre simetriği alınırken; apsis değişmez, ordinat ise sadece işaret değiştirir.
- $y = f(x)$  in grafiğinin x eksenine göre simetriği  $y = -f(x)$  tir.



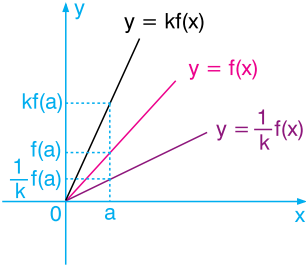
- Bir noktanın y eksenine göre simetriği alınırken; ordinat değişmez, apsis ise sadece işaret değiştirir.
- $y = f(x)$  in grafiğinin y eksenine göre simetriği  $y = f(-x)$  tir.



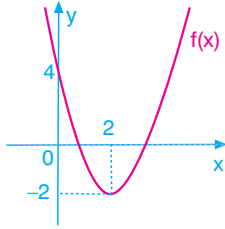


## NOT

$y = kf(x)$  in grafiği,  $f(x)$  in grafiği üzerindeki her noktanın ordinat değerinin  $k$  katı alınarak çizilir.



## ÖRNEK



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$  fonksiyonunun grafiğini  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiğinden yararlanarak çizelim.

## ÖRNEK

$f(x) = 4x^2 - 2x$  fonksiyonunun grafiği dikey olarak 2 kat daraltılınca  $g(x)$  fonksiyonunun grafiği elde edilmiştir.

Buna göre,  $g(x)$  in denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $g(x) = 2x^2 + 2x + 1$                       B)  $g(x) = 2x^2 - 4x$   
 C)  $g(x) = -2x^2 + 4x - 1$                 D)  $g(x) = 2x^2 - x$   
 E)  $g(x) = 8x^2 - 4x$

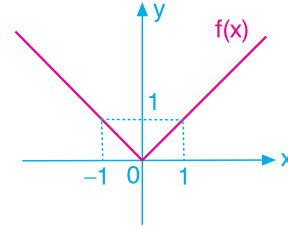
## YATAY DARALMA VE GENİŞLEME

$y = f(x)$  bir fonksiyon olsun.  $k > 1$  sabit sayısı için,

- ▶  $f$  nin grafiğinin  $k$  kat yatay daralmasıyla  $y = f(kx)$  in grafiği elde edilir.
- ▶  $f$  nin grafiğinin  $k$  kat yatay genişlemesiyle  $y = f\left(\frac{1}{k}x\right)$  in grafiği elde edilir.

Bu işlemlere **yatay genişleme ve daralma** denir.

## ÖRNEK



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$  fonksiyonunun grafiğini  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiğinden yararlanarak çizelim.

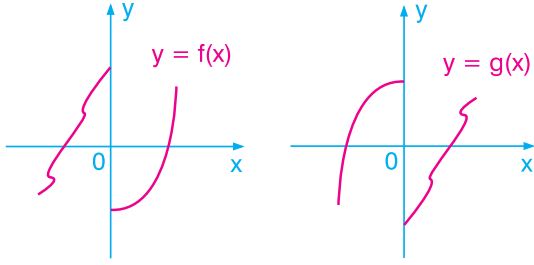
## ÖRNEK

$(4, -1)$  noktası,  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiği üzerindedir.

Buna göre, aşağıda verilen noktalardan hangisi kesinlikle  $y = 3 + f(2x)$  fonksiyonunun grafiği üzerindedir?

- A)  $(-5, 0)$       B)  $(-5, 2)$       C)  $(3, 4)$       D)  $(2, 2)$       E)  $(2, 1)$

### ÖRNEK

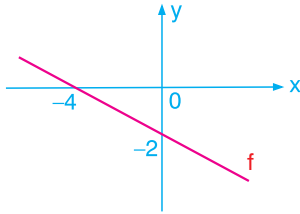


Yukarıda  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

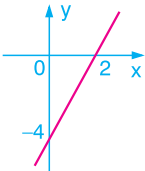
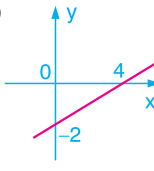
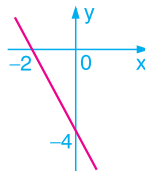
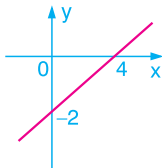
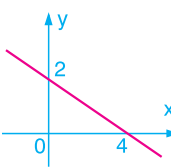
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $g(x) = f(-x)$       B)  $g(x) = -f(x)$       C)  $g(x) = -f(-x)$   
 D)  $g(x) = -f(1-x)$       E)  $g(x) = 1 - f(-x)$

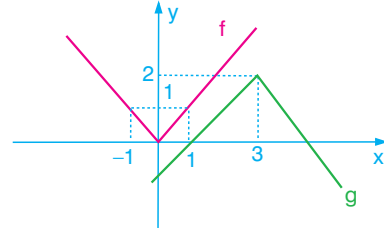
### ÖRNEK



Yukarıdaki grafik  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği olduğuna göre,  $y = -f(-x)$  in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)       B)       C)   
 D)       E) 

### ÖRNEK

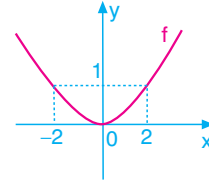


Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğine dönüşümler uygulanarak  $y = g(x)$  fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre,  $g(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

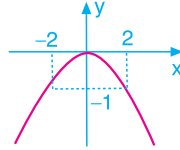
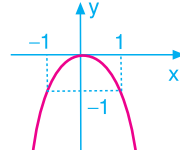
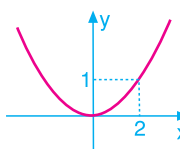
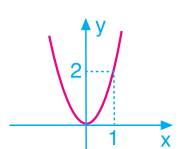
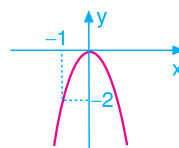
- A)  $-f(x - 3) - 2$       B)  $-f(x - 3) + 2$       C)  $-f(x + 3) + 2$   
 D)  $f(3 - x) - 1$       E)  $-f(x + 2) - 3$

### ÖRNEK



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $y = -f(2x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)       B)   
 C)       D)   
 E) 

### ÖRNEK

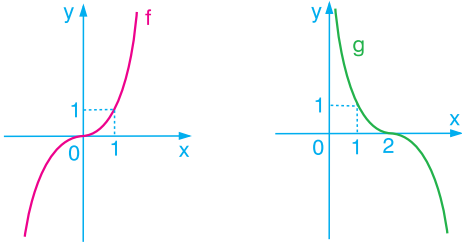
$$f(x) = x^2 + 2x + 5$$

fonksiyonunun grafiği a birim sağa ve b birim aşağı doğru ötelenerek  $g(x) = x^2 - 4x + 5$  fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

### ÖRNEK

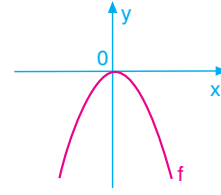


Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğine simetri dönüşümü uygulanarak  $y = g(x)$  fonksiyonunun grafiği elde edilmiştir.

Buna göre,  $g(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

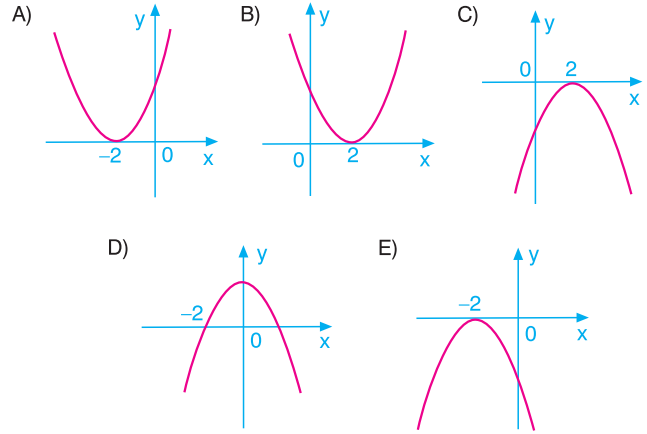
- A)  $g(x) = -f(x + 2)$       B)  $g(x) = f(x - 2)$       C)  $g(x) = f(2 - x)$   
D)  $g(x) = f(1 - x) + 2$       E)  $g(x) = f(x - 1) + 2$

### ÖRNEK

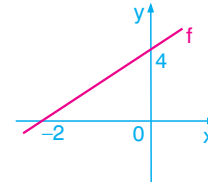


Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $y = -f(x - 2)$  fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



### ÖRNEK



Yukarıda  $y = f(x)$  doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $y = -f(4 - x)$  fonksiyonunun grafiğinin eksenlerle oluşturduğu kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18      B) 24      C) 36      D) 40      E) 48

### ÖRNEK

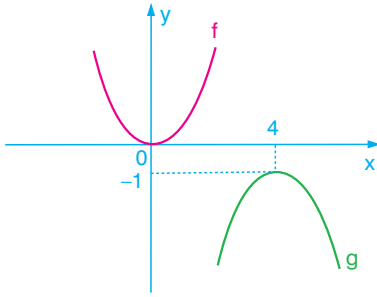
$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğine aşağıdaki dönüşümler uygulanarak  $y = g(x)$  fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

- yatay olarak 2 kat daralma
- 4 birim sağa öteleme

**Buna göre,  $g(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $g(x) = f(2x + 4)$     B)  $g(x) = f(2x) + 4$     C)  $g(x) = f(2x) - 8$   
D)  $g(x) = f(2x - 4)$     E)  $g(x) = f(2x - 8)$

### ÖRNEK



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğine sırasıyla aşağıdaki dönüşümler uygulanarak  $y = g(x)$  fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

- x eksenine göre simetri
- 4 birim sağa yatay öteleme
- 1 birim aşağı dikey öteleme

**Buna göre,  $g(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $y = -f(x - 4) - 1$     B)  $y = -f(x - 4) + 1$     C)  $y = -f(x + 4) + 1$   
D)  $y = f(x - 4) - 1$     E)  $y = -f(x + 4) - 1$