

FONKSİYON KAVRAMI VE GÖSTERİMİ

FONKSİYON KAVRAMI

Fonksiyon kavramı girdi ve çıktılar olduğu durumlarda girdi ve çıktı arasındaki ilişkiyi gösterir.

Örneğin, bir öğretmen eşliğinde gezilebilen bir müzenin giriş ücreti, her bir öğrenci için 5 TL, başlarında gelen öğretmen için 3 TL olsun.

Öğretmen ile birlikte 1 öğrenci olursa, $5 \cdot 1 + 3 = 8$ TL,
 2 öğrenci olursa, $5 \cdot 2 + 3 = 13$ TL,
 3 öğrenci olursa, $5 \cdot 3 + 3 = 18$ TL,
 4 öğrenci olursa, $5 \cdot 4 + 3 = 23$ TL,
 a öğrenci olursa, $5 \cdot a + 3 = 5a + 3$ TL olur.

Toplam müze ücreti y ise x öğrenci için, $y = 5x + 3$ TL olur.

1 öğretmen için ödenen 3 TL sabit olduğundan,

burada öğrenci sayısı (x) girdi, müze ücreti (y) ise çıktıdır.

NOT

Girdi ve çıktı arasındaki ilişkide değişen değerlere **değişken**, değişmeden kalan değerlere ise **sabit** denir.

$y = 5x + 3$ eşitliğinde, x ve y ye değişken adı verilir. 3 ise sabit sayıdır.

FONKSİYONUN TANIMI

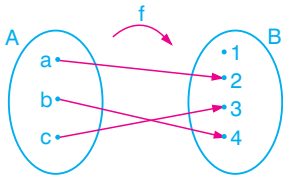
A ve B boş olmayan iki küme olsun. A kümesinin her bir elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen ilişkiye A dan B ye tanımlı **fonksiyon** denir.

Fonksiyonlar f, g, h, .. gibi harflerle gösterilir.

$f : A \rightarrow B$ ifadesi, A'dan B'ye tanımlanmış fonksiyondur.

Burada A tanım kümesi, B ise değer kümesidir.

f fonksiyonu A kümesindeki bir x elemanını, B kümesindeki bir y elemanı ile ilişkilendiriyor ise x'in f altındaki görüntüsü veya f fonksiyonunda x'in değeri y dir. Bu durum $y = f(x)$ şeklinde gösterilir.



Şekilde,

$$f(a) = 2 \text{ veya } 2 = f(a)$$

$$f(b) = 4 \text{ veya } 4 = f(b)$$

$$f(c) = 3 \text{ veya } 3 = f(c) \text{ olur.}$$



$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu için,

- tanım kümesindeki (A) her bir eleman değer kümesinden (B) bir elemanla mutlaka ilişkilendirilmiş,
- tanım kümesindeki herhangi bir eleman değer kümesinden en fazla bir elemanla ilişkilendirilmiş olmalıdır.

Bu koşullardan en az biri sağlanmıyorsa f bir fonksiyon belirtmez.

NOT

Tanım kümesindeki elemanların fonksiyon altındaki görüntülerinin oluşturduğu kümeye fonksiyonun görüntü kümesi denir ve $f(A)$ ile gösterilir. $f(A) = \{f(x) : x \in A\}$

Yukarıdaki örnekte, $f(A) = \{2, 3, 4\}$ tür.

A dan A ya tanımlı bir fonksiyona, A da tanımlı fonksiyon denir.

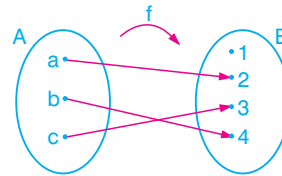
$f : A \rightarrow A$ şeklinde gösterilir.

NOT

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere A kümesinden B kümesine tanımlı fonksiyon sayısı n^m dir.

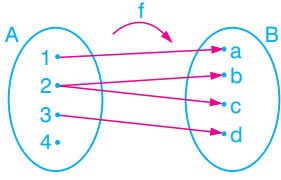
A'dan B'ye tanımlı bir f fonksiyonu; şema yöntemi, liste yöntemi, grafik yöntemi veya kural (ilişki) yazma yöntemi ile gösterilebilir.

ÖRNEK



Yandaki şemada verilen ilişkilendirme bir fonksiyon mudur? Fonksiyon ise tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesini bulalım.

ÖRNEK



Yandaki şemada verilen ilişkilendirme bir fonksiyon mudur? Fonksiyon ise tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesini bulalım.

ÖRNEK

$A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{c, d, e, f, h\}$ için, $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu, $f = \{(a, c), (b, e), (c, f), (d, c)\}$ biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, f nin tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesini bulalım:

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere, $f : A \rightarrow A$ fonksiyonu, $a \in A$ için aşağıdaki tablo ile tanımlanıyor.

a	1	2	3	4	5
f(a)	3	4	5	1	2

Buna göre, f fonksiyonunu liste yöntemi ile yazalım.

$f(2) + f(3)$ toplamını bulalım.

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, her $a \in A$ için

$$a + f(a) \leq 6$$

koşulunu sağlayan kaç tane $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere,

$f : A \rightarrow Z$ fonksiyonu, her bir $x \in A$ sayısını 2 katının 5 eksiği ile ilişkilendirmektedir.

Buna göre, f nin kuralını ve $f(A)$ yı bulalım.

ÖRNEK

$f : R \rightarrow R$ fonksiyonu $f(x) = 4x + 3$ kuralıyla tanımlanıyor.

Buna göre, $f(5)$, $f(-2)$ ve $f\left(-\frac{1}{4}\right)$ in değerlerini bulalım.

ÖRNEK

$f(x) = 2^{x+1}$ olduğuna göre, $\frac{f(x+2)}{f(x-2)}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ÖRNEK

$f(x) = x^2 - x + 1$ olduğuna göre,

$f(x+1) - f(-x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(2x + 5) = 5x - 2$ için,

f(1) değerini bulalım.

ÖRNEK

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$$

olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

I. $f(x) = 2x$

II. $f(x) = 2^x$

III. $f(x) = x^2$

fonksiyonlarından hangileri, her a ve b gerçel sayıları için $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$ eşitliğini sağlar?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

ÖSYM Sorusu

EŞİT FONKSİYONLAR

$f : A \rightarrow B$ ve $g : A \rightarrow B$ fonksiyonları verilsin. Her $x \in A$ için,

$$f(x) = g(x)$$

ise f ve g fonksiyonlarına **eşit fonksiyonlar** denir. Eşit fonksiyonlar $f = g$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

$A = \{-2, 0, 2\}$ ve $B = \{-8, 0, 8\}$ kümeleri için,

$$f : A \rightarrow B, f(x) = x^3$$

$$g : A \rightarrow B, g(x) = 4x$$

fonksiyonlarının eşit olup olmadığını bulalım.