

BİLEŞKE FONKSİYON

BİLEŞKE FONKSİYON

A, B ve C birer küme,

$$f : A \rightarrow B$$

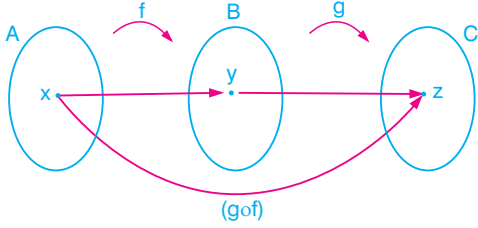
$g : B \rightarrow C$ birer fonksiyon olmak üzere,

A kümesindeki her elemanı f ve g fonksiyonlarını kullanarak C kümesinde yalnız bir elemana eşleyen fonksiyona f ve g fonksiyonlarının bileşkesi denir.

f ve g fonksiyonlarının bileşkesi $(g \circ f)$ ile gösterilir.

$$(g \circ f) : A \rightarrow C$$

$(g \circ f)$ bileşke fonksiyonunun tanım kümesi A, görüntü kümesi C dir.



$f(x) = y$ ve $g(y) = z$ olsun.

$g(f(x)) = z$, yani $(g \circ f)(x) = z$ olur.

ÖRNEK

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 7$$

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x + 1$ olduğuna göre,

$(g \circ f)(x)$, $(f \circ g)(x)$, $(f \circ f)(x)$, $(g \circ g)(x)$ fonksiyonlarını bulalım.



Bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

NOT

Bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

$$f \circ g \circ h = f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$$

ÖRNEK

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 + x$$

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 5 - x$ olduğuna göre,;

a. $(g \circ f)(3)$ b. $(f \circ g)(-1)$ değerlerini bulalım.

ÖRNEK

$$f(x+1) = x - 2$$

$$g(x-1) = x + 3$$

$$h(x) = \sqrt{x}$$

olduğuna göre, $(f \circ g^{-1} \circ h)(4)$ kaçtır?

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ parçalı fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \text{ rasyonelse} \\ x^2, & x \text{ rasyonel değilse} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\sqrt{2} + 2$

B) $\sqrt{2} + 2$

C) $\frac{1}{4}$

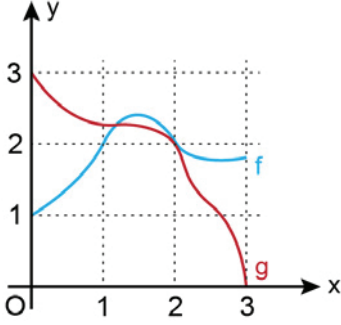
D) $\frac{5}{2}$

E) $\frac{7}{2}$

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

Dik koordinat düzleminde $[0, 3]$ aralığında tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Bir $a \in (0, 1)$ sayısı için

$$b = (f \circ g)(a)$$

$$c = (g \circ f)(a)$$

olarak belirleniyor.

Buna göre; a, b ve c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

ÖSYM Sorusu [2019 TYT]

ÖRNEK

f sabit, g birim fonksiyondur.

$$(f \circ g)(5) + g \circ f(3) = 12$$

ise $f(10)$ kaçtır?

ÖRNEK

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = 2x + 3$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $g(1)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖSYM Sorusu

NOT

Bir f fonksiyonu ile f^{-1} fonksiyonunun bileşkesi birim fonksiyondur.

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x) = x$$

Bileşke fonksiyona soldan ve sağdan bileşke fonksiyon uygulanabilir.

$$(g \circ g^{-1} \circ f)(x) = f(x)$$

$$(g \circ f \circ f^{-1})(x) = g(x)$$

$$(g \circ h^{-1} \circ h \circ f)(x) = (g \circ f)(x) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 4$$

$$(f \circ g)(x) = 5x - 12$$

olduğuna göre, $g(x)$ 'i bulalım.

ÖRNEK

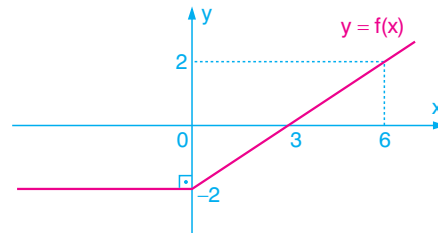
$$g(x) = 2x - 3$$

$$(f \circ g)(x) = 3x + 1$$

ise $f(x)$ kaçtır?

ÖRNEK

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f \circ f \circ f)(2) + (f^{-1} \circ f)(20)$ kaçtır?

ÖRNEK

$$f(3x-1) = f^{-1}(2x+3)$$

ise $(f \circ f)(14)$ kaçtır?

NOT

f ve g fonksiyonları bire bir ve örten olmak üzere,

$$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

$$(h \circ g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1})(x) \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$f(x+1) = x-2$$

$$g^{-1}(x-1) = x+3$$

ise $(f^{-1} \circ g)^{-1}(a) = 2$ ise $a = ?$