

PARABOL - 1

İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonların grafiklerinin gösterdiği eğriye**parabol**..... denir.

NOT

Bir parabol aşağıdaki gibi olabilir.



$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği (parabol), yukarıdaki gibi kolları yukarı doğru olan ya da kolları aşağı doğru olan bir eğridir.



Tüm fonksiyon grafiklerinde olduğu gibi $y = f(x)$ parabolü üzerindeki bir nokta parabol denklemini sağlar.

ÖRNEK

$$f(x) = x^2 + ax$$

parabolü $(-1, 3)$ noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

PARABOLÜN EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün; y eksenini kestiği noktanın apsisi 0 dir. $x = 0$ ise $f(0) = c$ olur. x eksenini kestiği noktanın ordinatı 0 dir.

Bu durumda $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin (varsa) kökleri bulunur.

ÖRNEK

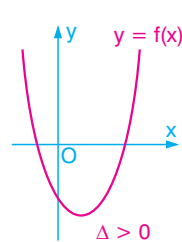
$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

parabolünün eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

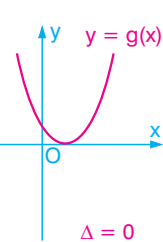
NOT

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ da, $\Delta = b^2 - 4ac$ olmak üzere,

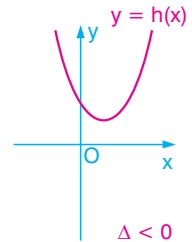
- $\Delta > 0$ ise, parabol Ox eksenini farklı iki noktada keser.
- $\Delta = 0$ ise, parabol Ox eksenini bir noktada keser (parabol x eksenine teğettir).
- $\Delta < 0$ ise, parabol Ox eksenini kesmez.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

ÖRNEK

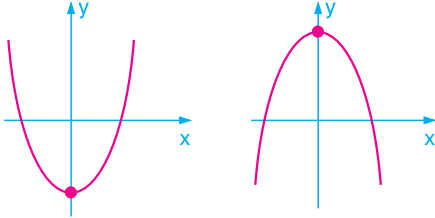
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - mx + 2m - 3$$

parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

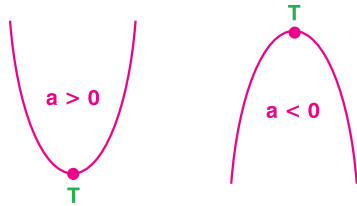
PARABOLÜN TEPE NOKTASI

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünde x^2 nin katsayısı a dır.

$a > 0$ ise kolları yukarı doğru, $a < 0$ ise kollar aşağı doğrudur.



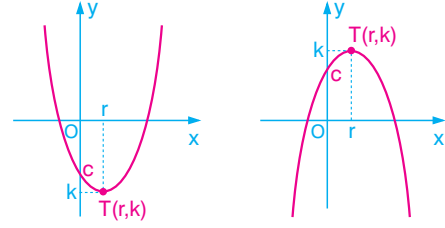
Parabolün en alt ya da en üst noktasına **tepe noktası** denir.



T: Parabolün tepe noktası

Parabolün kolları yukarı doğru iken parabolün en alt noktası olan T noktasına **parabolün tepe noktası** denir. Parabolün kolları aşağı doğru iken parabolün en üst noktası olan T noktasına **parabolün tepe noktası** denir.

NOT



$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası $T(r, k)$ olmak üzere,

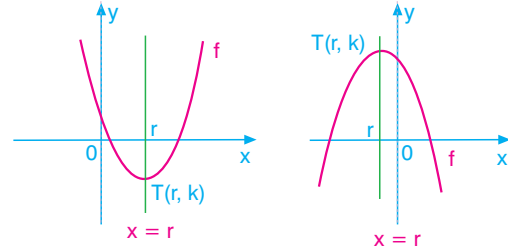
$$r = -\frac{b}{2a} \text{ ve } k = f(r) = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ olur.}$$

- $a > 0$ ise parabolün görüntü kümesinin en küçük (minimum) elemanı, T noktasının ordinatıdır.
- $a < 0$ ise parabolün görüntü kümesinin en büyük (maksimum) elemanı, T noktasının ordinatıdır.

SİMETRİ EKSENİ

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği $x = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna

göre simetrikdir. Bu doğruya parabolün **simetri eksen**i denir.



ÖRNEK

$$f(x) = x^2 - 4x - 7$$

parabolünün tepe noktasını bulunuz.

ÖRNEK

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + mx - m$$

parabolünün tepe noktası $(2, n)$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

ÖRNEK

$$y = (m - 2)x^2 + 2mx - 3$$

parabolünün simetri eksenini $x = -3$ doğrusu olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?



Parabolün tepe noktası; y ekseninde ise tepe noktasının apsisi 0 dır. x ekseninde ise tepe noktasının ordinatı 0 dır.

ÖRNEK

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x^2 + (m + 1)x - m$$

parabolünün tepe noktası y ekseninde olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx^2 + 6x - 1$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı -4 olduğuna göre, $f(m)$ yi bulalım.

NOT

Tepe noktası $T(r, k)$ olan $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü

$f(x) = a(x - r)^2 + k$ biçiminde yazılabilir.

ÖRNEK

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2(x - m)^2 + 2n$$

fonksiyonunun grafiğinin (parabolün) tepe noktası $(3, -4)$ olduğuna göre, $m + n$ toplamını bulalım.

ÖRNEK

$$f(x) = -3(x - 1)^2 + 3$$

$$g(x) = 2(x + 2)^2 - 1$$

parabollerinin tepe noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

ÖRNEK

$$y = x^2 + 4x - n + 1$$

parabolünün tepe noktası $y = 2x + 3$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2