

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YOLUYLA İNTEGRAL ALMA

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YOLUYLA İNTEGRAL ALMA

f , g , g' ve $f \circ g$ fonksiyonları $[a, b]$ aralığında sürekli fonksiyonlar olmak üzere,

$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx$ biçiminde integralleri hesaplamak için $u = g(x)$ dönüşümü yapılır.

$du = g'(x)dx$ olur.

Bu durumda, $\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$ elde edilir.

$\int f(u) du$ integrali alındıktan sonra u yerine $g(x)$ yazılarak, integral x

değişkenine göre bulunmuş olur.

ÖRNEK

$$\int (x^3 + 2x)^3 (3x^2 + 2) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x^3 + 2x)^4 + c$ B) $\frac{(x^3 + 2x)^4}{4} + c$
C) $4(x^3 + 2x)^2 + c$ D) $\frac{(x^3 + 2x)^2}{2} + c$
E) $\frac{(x^2 + 2x)^2}{2} + c$

ÖRNEK

$$\int \sqrt{x^2 - 4x} \cdot (x - 2) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{3} \cdot (x^2 - 4x)^3 + c$ B) $\frac{1}{3} \cdot (x^2 + 4x) \sqrt{x^2 + 4x}$
C) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{x^2 - 4x}$ D) $\frac{1}{3} \cdot (x - 4) \sqrt{x^2 - 4x} + c$
E) $\frac{1}{3} \cdot (x^2 - 4x) \sqrt{x^2 - 4x} + c$

ÖRNEK

$$\int (2x - 1)^4 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{(2x - 1)^5}{10} + c$ B) $\frac{(2x - 1)^3}{8} + c$ C) $\frac{(2x - 1)^5}{5} + c$
D) $5(2x - 1)^4 + c$ E) $10(2x - 1)^5 + c$

ÖRNEK

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 2}} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{\sqrt{x^3 + 2}} + c$ B) $\frac{1}{3\sqrt{x^3 + 2}} + c$ C) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 2} + c$
D) $-\frac{2}{3\sqrt{x^3 + 2}} + c$ E) $\frac{\sqrt{x^3 + 2}}{2} + c$

ÖRNEK

$\int f^2(x) f'(x) dx$ integralini bulalım.



Değişken değiştirme işlemlerinde

$\sqrt[n]{f(x)}$ varsa $u^n = f(x)$ dönüşümü yapılır.

Bu şekilde işlem kolaylığı sağlanmış olur.

ÖRNEK

$$\int \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $2 \int (u^2 - u) du$ B) $\int (u^2 + u) du$ C) $\int (u^2 - 2u) du$
D) $\int (u - 1) du$ E) $\int (2u^2 - u) du$

ÖRNEK

$$\int \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$$

integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden

hangisi elde edilir?

- A) $2 \int \frac{1+t^2}{1-t} dt$ B) $2 \int \frac{t-t^2}{1+t} dt$ C) $\int \frac{t+1}{1-t} dt$
D) $2 \int \frac{t+t^2}{1-t} dt$ E) $\int \frac{t+t^2}{1-t} dt$

ÖRNEK

$$f(x) = \int \sqrt{4x+1} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{4x+1} + c$ B) $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{(4x+1)^2} + c$
C) $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{(4x+1)^3} + c$ D) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{(4x+1)^3} + c$
E) $\sqrt{(4x+1)^3} + c$

ÖRNEK

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx$$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden

hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{du}{u^2+1}$ B) $\int \frac{2du}{u^2+1}$ C) $\int \frac{udu}{u^2+1}$
D) $\int \frac{2du}{u^2+u}$ E) $\int \frac{2du}{u+1}$

ÖRNEK

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 4x dx$$

eşitliği veriliyor.

$f(0) = -1$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{9}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{5}$

ÖRNEK

$$\int \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$$

integralinde $u^2 = 2x + 1$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int 3(u^2-1) du$ B) $\int \frac{3(u^2-1)}{u} du$ C) $\int \frac{3(u-1)}{u} du$
D) $\int \frac{2(u^2-1)}{u} du$ E) $\int \frac{3(u^2-1)}{u^2} du$

ÖRNEK

Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu için

$$\int \left[\frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} \right] dx = 2x - 6$$

eşitliği veriliyor.

$f(1) = 2$ olduğuna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

ÖRNEK

Türevi $f'(x) = 6x$ olan f fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki teğeti $y - 12x + 23 = 0$ doğrusu olduğuna göre, $f(-2)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

ÖRNEK

$$\int (x+1)P(x) dx = x^3 + kx^2 - x$$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomu için $P(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

ÖRNEK

$$\int \frac{f(x)}{x} = \frac{x^3}{3} - 3x^2 - 1$$

olduğuna göre, f fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) -32 B) -12 C) 0 D) 8 E) 12