

TÜREV

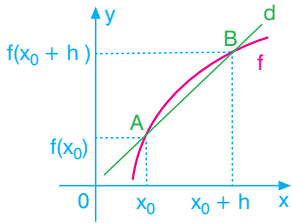
- TÜREV KAVRAMI -

- TÜREV ALMA KURALLARI -

TÜREV KAVRAMI

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ değeri f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki

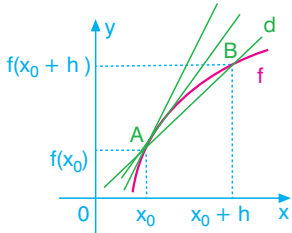
anlık değişim oranı olarak tanımlanır.



$y = f(x)$ fonksiyonunun $[x_0, x_0 + h]$ aralığındaki ortalama değişim oranı

A ve B noktalarından geçen d doğrusunun eğimidir.

$$m_{AB} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ olur.}$$



h sıfıra yaklaştıkça doğrunun eğimi f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki teğetine yaklaşır.

Öyleyse, f fonksiyonunun $A(x_0, f(x_0))$ noktasındaki teğetin eğimi

$$m_{AB} = m_{teget} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ olur.}$$

f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki anlık değişim oranına **f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevi** denir.

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ veya}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

biçiminde yazılır.

f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevi aşağıdaki gösterimlerle

yapılır. $f'(x_0)$, $\frac{dy}{dx}(x_0)$ ya da $\frac{df}{dx}(x_0)$ ile gösterilir.



- Bir fonksiyonun anlık değişim oranına **türev** denir.
- Bir fonksiyonun $x = x_0$ noktasındaki teğetin eğimi, o noktadaki türevidir, yani $f'(x_0)$ olur.

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 5$$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

ÖRNEK

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2 + h) - f(-2)}{h} = -1$$

olduğuna göre, $f'(-2)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

TÜREV ALMA KURALLARI

Sabit Fonksiyonun Türevi

► $f(x) = c$ ($c \in \mathbb{R}$) ile tanımlanan sabit fonksiyonun türevi $f'(x) = 0$ dır.

► $f(x) = k$; $f(x)$, x 'e bağlı olmayan bir fonksiyon ise,

$$\frac{d(f(x))}{dx} = f'(x) = 0 \text{ dır.}$$

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{7}$ olduğuna göre, $f'(100)$ kaçtır?

Kuvvet Fonksiyonun Türevi

► $f(x) = x^n$ ise $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

► $f(x) = a \cdot x^n$ ise $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$

► $f(x) = x$ ise $f'(x) = 1$ 'dir.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$

olduğuna göre, $f'(x)$ i bulalım.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2$

olduğuna göre, $f'(x)$ i bulalım.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ i bulalım.

ÖRNEK

$f(x) = \sqrt{x^3/x}$ olduğuna göre, $f'(x)$ 'i bulalım.

ÖRNEK

$f(x) = -\frac{1}{x^3}$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 48

B) 36

C) 24

D) 16

E) 12

İki Fonksiyonun Toplamının ve Farkının Türevi

► $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

► $[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$

ÖRNEK

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - \frac{1}{x}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

ÖRNEK

$P(x)$ polinomunun türevi $P'(x)$ olmak üzere,

$$P'(x) + P(x) = 3x^2 + 8x + 7$$

olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi

$f(x)$ ve $g(x)$ iki fonksiyon olmak üzere,

► $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$

ÖRNEK

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $(f \cdot g)'(x)$ ifadesinin eşitini bulalım.

ÖRNEK

$$f(x) = (x^2 - m)(2x - m)$$

$$f'(1) = -2$$

olduğuna göre, m kaçtır?

ÖRNEK

$$f(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot \dots \cdot (x - 9)$$

olduğuna göre, $f'(9)$ değeri kaçtır?

ÖRNEK

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot g(x) + x^3$$

$$g(2) = g'(2) = 3$$

olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

TÜREVLENEBİLEN İKİ FONKSİYONUN BÖLÜMÜNÜN TÜREVİ

$f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilen iki fonksiyon ve $g(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x-1}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?



Kareköklü ifadelerde türev, pratik şekilde aşağıdaki gibi alınabilir.

$$\left[\sqrt{f(x)} \right]' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 2}}{x^2}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

ÖRNEK

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1907! \cdot x}{x^2 - 2x + 5}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{3x+7} - 2x + 3}{\sqrt[3]{x^2 + 4x}}$$

olduğuna göre, $\left[\frac{f(3)}{g(8)} \right]'$ değeri kaçtır? ($g(8) \neq 0$)

ÖRNEK

$y = f(x)$ olmak üzere,

$$xy + x + 2y = 1$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = -1$ deki değeri kaçtır?

- A) 1 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

ÖRNEK

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + 3xy \quad \text{ve}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 2 \quad \text{olduğuna göre, } f'(5) \text{ kaçtır?}$$