

GEOMETRİK DİZİLER

GEOMETRİK DİZİ

Ardışık her iki terimi arasındaki oran eşit olan diziye **geometrik dizi** denir.

Yani her n pozitif tam sayısı için,

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \dots = r \quad (a_n \neq 0)$$

olacak şekilde bir $r \in \mathbb{R} - \{0\}$ varsa, (a_n) dizisine geometrik dizi; r sayısına da geometrik dizinin **ortak çarpanı** ya da **ortak oranı** denir.

ÖRNEK

- a. $(2 \cdot 3^n)$
- b. $(n^2 + n)$

dizilerinin geometrik dizi olup olmadığını belirleyelim.

NOT

İlk terimi a_1 ve ortak oranı r olan (a_n) geometrik dizisinin genel terimi:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

(a_n) geometrik dizisinde, $a_1 = 3$ ve ortak çarpanı 2 olduğuna göre, a_4 kaçtır?

ÖRNEK

Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{1}{81}$ ve ortak çarpanı 3 olduğuna

göre, dizinin kaçınıcı terimi 27 olur?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 10

NOT

$p < n$ olmak üzere, bir geometrik dizinin genel terimi,

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p} \text{ dir.}$$

Bu eşitlik düzenlenirse, $r = \sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}}$ olur.

ÖRNEK

(a_n) geometrik dizisinde, $a_3 = 72$ ve $a_8 = \frac{9}{4}$ olduğuna göre,

a_6 kaçtır?

ÖRNEK

2 ve 162 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu üç sayının toplamı kaçtır?

- A) 78
- B) 80
- C) 82
- D) 86
- E) 90

ÖSYM Sorusu

NOT

Bir geometrik dizide, her terim kendisinden eşit uzaklıktaki iki terimin geometrik ortalamasına eşittir.

$$(a_p)^2 = a_{p-k} \cdot a_{p+k} \text{ dir. } (p > k)$$

ÖRNEK

Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $x + 3$, $x + 5$ ve $2x + 7$ olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

NOT

Sonlu bir geometrik dizide, baştan ve sondan eşit uzaklıkta bulunan terimlerin çarpımı birbirine eşittir.

$$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = a_4 \cdot a_{n-3} = \dots$$

ÖRNEK

(a_n) geometrik dizisinde

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = -\frac{1}{8}$$

olduğuna göre, $a_2 \cdot a_5$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

GEOMETRİK DİZİNİN İLK n TERİM TOPLAMI

(a_n) geometrik dizisinin ilk terimi a_1 , ortak oranı r ve ilk n teriminin toplamı S_n olsun.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} \text{ olur. } (r \neq 1)$$

ÖRNEK

İlk terimi 6 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin ilk dört teriminin toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 64 C) 72 D) 90 E) 96

ÖRNEK

İlk n terim toplamı $S_n = 3^n - 1$ olan bir geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \cdot 2^{n-1}$ B) $2 \cdot 3^{n-1}$ C) $4 \cdot 3^{n-1}$
D) $2 \cdot 3^n$ E) 3^{n-1}

ÖRNEK

(a_n) geometrik dizisinde, $a_1 \cdot a_8 = 2$ olduğuna göre, bu dizinin ilk sekiz teriminin çarpımı kaçtır?

- A) 40 B) 36 C) 32 D) 24 E) 16

ÖRNEK

x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$2x - y, xy, xy^2$$

terimleri hem aritmetik hem de geometrik bir dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÖRNEK

Bir bakteri çeşidinin sayısı uygun bir ortamda her 10 dakikada bir iki katına çıkmaktadır.

Başlangıçta ortamda 12 tane bakteri olduğuna göre, 3 saat sonunda ortamda toplam kaç bakteri olur?

- A) $3 \cdot 2^{14}$ B) $3 \cdot 2^{16}$ C) $3 \cdot 2^{18}$
D) $3 \cdot 2^{20}$ E) $3 \cdot 2^{22}$

ÖRNEK

(a_n) bir geometrik dizi olmak üzere,

$$\frac{a_5 - a_1}{(a_3)^2 - (a_1)^2} = \frac{4}{9}$$

eşitliği veriliyor.

$a_2 = \frac{3}{2}$ olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{27}{8}$ E) $\frac{27}{4}$

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

İlk altı terimin toplamının ilk üç terim toplamına oranı 65 olan pozitif terimli geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?