

- İNDİRGEMELİ DİZİLER - - ÖZEL SAYI DİZİLERİ - - TOPLAM SEMBOLÜ -

İNDİRGEMELİ DİZİ

Bir terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim türünden tanımlanan veya bir terimi diğer terimleri cinsinden ifade edilebilen dizilere **indirgemeli dizi** denir.

İndirgemeli bir dizide, terimler arasındaki ilişkiyi veren eşitliklere o dizinin **indirgeme bağıntısı** denir.

ÖRNEK

Bir (a_n) dizisinde $a_1 = 1$ ve her $n \geq 1$ için,

$$a_{n+1} = a_n + n$$

olduğuna göre, a_9 kaçtır?

- A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

ÖRNEK

Bir (a_n) dizisinde $a_1 = 7$ ve her $n > 1$ için,

$$a_n = n \cdot a_{n-1}$$

olduğuna göre, a_6 kaçtır?

- A) 4! B) 5! C) 6! D) 7! E) 8!

ÖRNEK

(a_k) dizisi

$$a_1 = 40$$

$$a_{k+1} = a_k - k \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a_8 terimi nedir?

- A) 4 B) 7 C) 12 D) 15 E) 19

ÖSYM Sorusu

ÖRNEK

(a_n) dizisi $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ ve $n \geq 3$ için

$$a_n = a_{n-2} - 2a_{n-1}$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, $a_3 - a_5 + a_4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

ÖRNEK

(a_n) dizisi $a_1 = 1$ ve $n \geq 2$ için

$$a_n = n \cdot a_{n-1}$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n!$ B) $(n+1)!$ C) 2^n
D) 2^{n+1} E) $n^2 + n + 1$

ÖRNEK

$$a_n = \begin{cases} -2, & n = 1 \text{ ise} \\ 2a_{n-1} + 1, & n \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde (a_n) dizisi veriliyor.

Buna göre,

$$\frac{a_5 - a_4}{a_3 + a_2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

ÖRNEK

a_1, a_2 gerçel sayılar olmak üzere, (a_n) dizisinin terimleri arasında

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

bağıntısı vardır.

$a_8 = 6$ olduğuna göre, $a_6 + a_9$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

ÖSYM Sorusu

ÖZEL SAYI DİZİLERİ

İndirgeme bağıntısı şeklinde tanımlanabilen diziler özel sayı dizileridir.

Üçgensel sayı dizisi, karesel sayı dizisi, beşgensel sayı dizisi, fibonaccı sayı dizisi gibi isimler alırlar.

Bu dizilerin genel terimleri bulunur ve indirgeme bağıntısı şeklinde yazılabilirler.

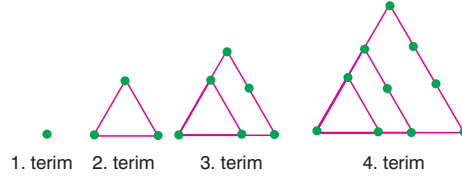
NOT

Terimleri 1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$, ... biçiminde olan

dizilere **üçgensel sayı dizisi** denir.

ÖRNEK

Üçgensel sayıların oluşturduğu dizinin ilk dört terimi aşağıda verilmiştir.



Dizinin 1. terimi 1 noktadan, 2. terimi 3 noktadan oluşmaktadır.

Buna göre, dizinin 7. terimi kaç tane noktadan oluşmaktadır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 36

ÖRNEK

Üçgensel sayı dizisi (T_n) ile gösterilmek üzere, $T_n + T_{n+1}$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) n^2 B) $(n+1)^2$ C) $n^2 + n - 1$
D) $n^2 + n + 1$ E) $n^2 + n + 2$

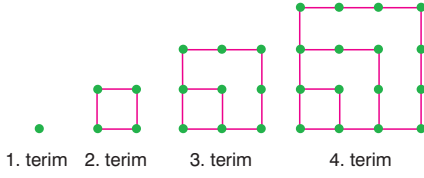
NOT

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... n^2 , ... dizisi **karesel sayılar** dizisidir.

Karesel sayılar dizisi $(a_n) = (n^2)$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

Karesel sayıların oluşturduğu dizinin ilk dört terimi aşağıda verilmiştir.



Dizinin 1. terimi 1 noktadan, 2. terimi 4 noktadan oluşmaktadır.

Buna göre, dizinin 11. terimindeki nokta sayısı, 7. terimindeki nokta sayısından kaç fazladır?

- A) 82 B) 72 C) 68 D) 64 E) 62

NOT

İlk iki terimi 1 olan ve sonraki her terimi kendinden önceki iki terim toplanarak elde edilen diziye **Fibonacci dizisi** denir.

Fibonacci dizisinin ilk 9 terimi aşağıdaki gibidir.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Sonraki terimler de önceki iki terim toplanarak elde edilir.

Fibonacci sayıları doğada, sanatta, tasarımlarda çok farklı şekilde karşımıza çıkar. Bir elma ikiye kesildiğinde çekirdek sayısının 5 olduğu görülür. Çam kozalaklarında kabuk taneleri dışa doğru spiraller oluşturarak sıralanmıştır. Bu spiraller saat yönünde ve tersi yönünde sayıldığında 34 ve 55 sayılarına ulaşılır. Bu iki sayı ardışık iki Fibonacci sayısıdır.

ÖRNEK

İlk iki terimi 1 olan

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Fibonacci dizisinin on birinci terimi kaçtır?

- A) 21 B) 34 C) 48 D) 55 E) 89

NOT

Fibonacci sayı dizisi için indirgeme bağıntısı:

$f_1 = 1$ ve $f_2 = 1$ ve $n \geq 2$ için, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ şeklindedir.

ÖRNEK

(f_n) Fibonacci sayı dizisi olmak üzere,

$f_5 \cdot f_6 - (f_3)^4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32

NOT

Başlangıç değeri olarak 1 ve 1 alınan Fibonacci dizisi için belli bir terimden sonra son iki terim oranının daima aynı sayıya yaklaştığı görülür. Fibonacci dizisindeki sayılar kendinden önceki sayıya bölündüğünde elde edilen değerler gittikçe $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803...$ sa-

yısına yaklaşır. Bu sayıya "**altın oran**" denir. Bu sayı irrasyonel bir sayıdır. Mısır piramitleri, kredi kartları, insan bedeni, salyangoz kabuğu, ayçiçekler, tarihsel değeri olan bir çok yapıtta altın oran karşımıza çıkar.

TOPLAM SEMBOLÜ

r ile n birer tam sayı, $r \leq n$ olmak üzere, $f: Z \rightarrow Z, f(k) = a_k$ olsun.

$a_r, a_{r+1}, a_{r+2}, \dots, a_n$ terimlerinin toplamı,

$a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + \dots + a_n = \sum_{k=r}^n a_k$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK

a. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 21$

b. $3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 11^2$

Yukarıdaki toplamaları toplam sembolü yardımıyla gösterelim.

ÖRNEK

$\sum_{k=2}^4 \frac{12}{k}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

NOT

$\bigcirc \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\bigcirc \sum_{k=1}^n 2k = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$

$\bigcirc \sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

ÖRNEK

$\sum_{k=-1}^1 (k^2 + k + 1)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖRNEK

$\sum_{n=4}^{15} [\sqrt{n+1} - \sqrt{n}]$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÖRNEK

Aşağıda tuğlalarla örülü bir merdivenin yandan görünümü verilmiştir. Bu merdivende her basamakta kullanılan tuğla sayısı 1 artmaktadır.



Buna göre, merdivenin 13. basamağına kadar (13. basamak dahil) toplam kaç tuğla kullanılmıştır?

- A) 76 B) 81 C) 84 D) 90 E) 91

ÖRNEK

(f_n) Fibonacci sayı dizisini ve (t_n) üçgensel sayı dizisini göstermektedir.

$t_6 = f_x$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10